

<b>Politechnika Rzeszowska</b> <b>Katedra Metrologii i Systemów Diagnostycznych</b>	Grupa	1 .....	Data
<b>Laboratorium Podstaw Metrologii</b>		2 .....	
<b>Ocena niepewności wyniku pomiaru</b> <b>metodą typu A</b>	Nr ćwicz.	3 .....	<b>Ocena</b>
	<b>4</b>	4 .....	

### I. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest poznanie zasad statystycznego opracowywania serii niezależnych wyników obserwacji i oceny niepewności wyniku pomiaru metodą typu A na przykładzie cyfrowego pomiaru okresu napięcia sinusoidalnego zakłóconego szumem normalnym.

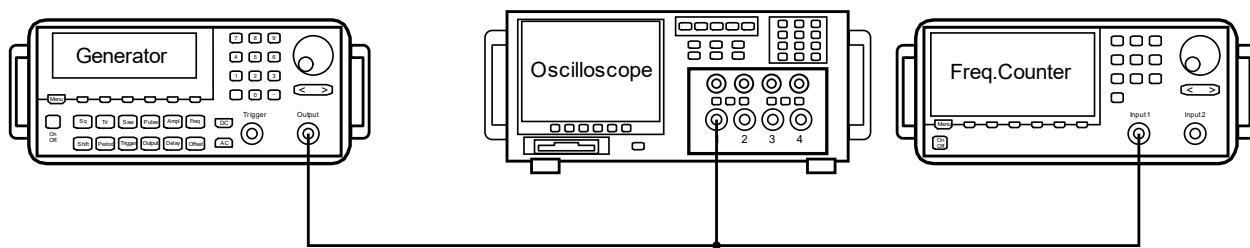
### II. PRZEBIEG ĆWICZENIA

#### SPIS PRZYRZĄDÓW:

<b>OSCYLOSKOP CYFROWY</b>	
PRODUCENT	
MODEL	
PASMO	
<b>GENERATOR FUNKCYJNY</b>	
PRODUCENT	
MODEL	
ZAKRES CZĘSTOTLIWOŚCI	
ZAKRES NAPIĘCIA WYJŚCIOWEGO	
<b>CZĘSTOŚCIOMIERZ</b>	
PRODUCENT	
MODEL	
ZAKRES POMIARU CZĘSTOTLIWOŚCI	

### 1. ZADANIA POMIAROWE

- 1.1. Zestawić układ wg rys. 1 do cyfrowego pomiaru okresu napięcia sinusoidalnego zakłóconego szumem. Zanotować w tabeli podstawowe dane używanych w układzie przyrządów.
- 1.2. Zaobserwować przebiegi na oscyloskopie i wskazania czasomierza cyfrowego przy różnych poziomach zakłóceń napięcia sinusoidalnego szumem (różnych stosunkach sygnał/szum) – wyniki obserwacji przedstawić we wnioskach.
- 1.3. W układzie pomiarowym dobrać: wartość amplitudy  $U_m$  napięcia sinusoidalnego, wartość odchylenia standardowego  $\sigma_n$  szumu normalnego, stosunek sygnał/szum S/N, nastawę wartości okresu  $T_x$ .
- 1.4. Dokonać  $n_1$  odczytów wartości mierzonego okresu ( $n_1 \geq 50$ ) i opracować wyniki pomiaru. Na podstawie zebranych wyników sporządzić histogram.
- 1.5. Dokonać  $n_2 = 10$  pierwszych odczytów wartości mierzonego okresu, opracować wyniki pomiaru, sporządzić histogram. Porównać otrzymane wyniki z wynikami poprzedniego eksperymentu.



Rys. 1. Schemat układu do pomiaru okresu napięcia sinusoidalnego zakłóconego szumem

W celu zamodelowania eksperymentu dobrać:

- wartość amplitudy napięcia sinusoidalnego około  $U_m = 1 \text{ V}$ ,
- nominalną wartość okresu  $T_x$  z przedziału (10 do 100 ms) – wg zaleceń prowadzącego ćwiczenie,
- wartość odchylenia standardowego szumu normalnego wyznaczoną oscyloskopem z przedziału  $\pm 3\sigma_n$  około  $\sigma_{nl} = 20 \text{ mV}$ ,
- obliczyć stosunek sygnał/szum.

$$\frac{S}{N} = \left( \frac{U}{\sigma_{nl}} \right)^2 = \left( \frac{U_m}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{nl}} \right)^2 =$$

1.6. Dokonać  $n_1 \geq 50$  odczytów wartości mierzonego okresu sygnału zniekształconego szumem. Wyniki odczytów zapisać w pliku tekstowym oraz w tabeli 1.

Tab. 1. Wartości mierzonego okresu, ms


Kolejne obliczenia przeprowadzić za pomocą funkcji statystycznych dostępnych w **programach** STATGRAPHICS, STATISTICA, EXCEL lub innych.

Uwaga! Na końcu instrukcji zamieszczono Dodatek zawierający kolejne etapy wyznaczania niepewności rozszerzonej oraz budowania histogramu w arkuszu kalkulacyjnym Excel.

1.6.1. Na podstawie zebranych wyników dla  $n_1 =$                       pomiarów ( $\geq 50$ ) sporządzić histogram. Liczbę  $m_1$  klas (przedziałów) przy opracowaniu histogramu wybrać wykorzystując na przykład empiryczny wzór Sturgesa

$$m_1 \approx 1 + 3,3 \log(n_1) \quad \text{lub} \quad m_1 = \sqrt{n_1}$$

1.6.2. Oszacować wartość wyniku pomiaru okresu jako wartość średnia arytmetyczna serii wyników obserwacji okresu

$$T_{x,1} = \bar{T}_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} T_i =$$

1.6.3. Przeprowadzić obliczenia niepewności wyniku pomiaru okresu metodą typu A

- obliczyć wariancję eksperymentalną

$$s_1^2(T) = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (T_i - \bar{T}_1)^2 =$$

- obliczyć wariancję eksperymentalną wartości średniej (wariancja typu A)

$$s_1^2(\bar{T}) = \frac{s_1^2(T)}{n_1} =$$

- obliczyć niepewność standardową typu A wartości średniej (odchylenie standardowe eksperymentalne wartości średniej)

$$u(\bar{T}_1) = \sqrt{s_1^2(\bar{T}_1)} = \sqrt{\frac{s_1^2(T)}{n_1}} =$$

- obliczyć niepewność rozszerzoną wyniku pomiaru (poziom ufności p zadany przez prowadzącego ćwiczenie)

$$U_{p1} = k_p \cdot u(\bar{T}_1) =$$

gdzie:  $k_p$  – współczynnik rozszerzenia dla rozkładu normalnego i przyjętego poziomu ufności  $p$  =                      jeżeli  $n_1 \geq 30$

1.6.4. Przedstawić końcowy wynik pomiaru według wzoru  $T_1 = \bar{T}_1 \pm U$ , [jednostka],  $p =$

**Komentarz do przedstawionego wyniku pomiaru:** Wynik pomiaru  $T_1 =$                       znaleziony jako wartość średnia z serii  $n_1 =$                       niezależnych obserwacji okresu sygnału sinusoidalnego przy założeniu normalnego rozkładu wyników obserwacji, standardowa niepewność wyniku  $u(\bar{T}_1) =$                       , niepewność rozszerzona  $U_{p1} =$                       obliczona wykorzystując współczynnik rozszerzenia  $k_{p1} =$                       dla rozkładu normalnego i dla przyjętego poziomu ufności  $p =$

Niestabilność częstotliwości generatora wzorcowego miernika oraz inne efekty (niepewność bramkowania, kwantowanie okresu) zostały pominięte, ponieważ ich wpływ w porównaniu do oddziaływań szumu jest pomijalnie mały.

1.6.5. Obliczenia wg pkt. 1.6.1. – 1.6.4. przeprowadzić dla małej liczby  $n_2 = 10$  powtórzonych pomiarów

Tab. 2. Wartości mierzonego okresu, ms


$$T_{x,2} = \bar{T}_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} T_i =$$

$$s_2^2(T) = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (T_i - \bar{T}_2)^2 =$$

$$s_2^2(\bar{T}_2) = \frac{s_2^2(T)}{n_2} =$$

$$u_2(\bar{T}_2) = \sqrt{s_2^2(\bar{T}_2)} = \sqrt{\frac{s_2^2(T)}{n_2}} =$$

$$U_{p_2} = t_{p_2}(v_2) \cdot u_2(\bar{T}_2) =$$

gdzie:  $t_{p_2}(v_2)$  - współczynnik rozszerzenia dla rozkładu studenta z  $v_2 = n_2 - 1$  stopni swobody, wartość współczynnika  $t_{p_2}(v_2)$  należy odczytać z tabeli

$$t_{p_2}(v_2) = \quad ; p = \quad ; v_2 = n_2 - 1 = \quad .$$

Wynik pomiaru:

### III. WNIOSKI

### IV. PYTANIA KONTROLNE

1. Podać przykłady typowych sytuacji pomiarowych, w których występuje dyspersja wyników.
2. Przy założeniu rozkładu normalnego serii wyników obserwacji, jaka wartość jest najlepszym oszacowaniem wyniku pomiaru?
3. Określić pojęcie standardowej niepewności typu A wyniku pomiaru.
4. Podać wzór na obliczanie niepewności standardowej metodą typu A.
5. Jak zależy wartość standardowej niepewności typu A od liczby obserwacji.
6. Określić pojęcie rozszerzonej niepewności wyniku pomiaru.
7. W jakich sytuacjach przy obliczaniu rozszerzonej niepewności wyniku pomiaru jako współczynnik rozszerzenia wykorzystuje się kwantyl normalnego rozkładu zamiast kwantyla rozkładu Studenta?
8. Jakie dane należy wskazać przy podaniu wyniku pomiaru.

### LITERATURA

1. Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik. Główny Urząd Miar. 1999.
2. Strzałkowski A., Śliżyński A.: Matematyczne metody opracowywania wyników pomiarów. Warszawa: PWN, 1973.
3. Taylor J.R.: Wstęp do analizy błędu pomiarowego. Warszawa: PWN, 1995.
4. Turzeniecka D.: Ocena niepewności wyniku pomiarów. Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 1997.

## **DODATEK**

**Wyznaczanie rozszerzonej niepewności pomiaru typu A przy użyciu funkcji dostępnych w programie Excel (wszystkie formuły należy wprowadzić do właściwych komórek w kolumnie „Wynik”):**

1. Aby oszacować średnie arytmetyczne z wartości serii wyników obserwacji okresu ( $T_{x,1}$ ,  $T_{x,2}$ ) i wariancje eksperymentalne ( $s_1^2(T)$ ,  $s_2^2(T)$ ) skorzystać odpowiednio z funkcji ŚREDNIA() i WARIANCJA() zaznaczając odpowiedni zakres danych.
2. Określając wartości wariancji eksperymentalnej wartości średniej ( $s_1^2(\bar{T})$ ,  $s_2^2(\bar{T}_2)$ ) wyznaczyć iloraz wartości wariancji eksperymentalnej i liczebności pomiarów w danej serii ( $n_1, n_2$ ).
3. Niepewność standardową typu A wartości średniej wyznaczyć posługując się funkcją PIERWIASTEK(), wstawiając w nawiasie odpowiedni parametr ( $s_1^2(\bar{T})$  lub  $s_2^2(\bar{T}_2)$ ), dla wybranej serii pomiarów.
4. Ostateczny wynik pomiaru niepewności rozszerzonej ( $U_{p1}$ ,  $U_{p2}$ ) jest iloczynem niepewności wyznaczonej w punkcie 3 oraz wartości współczynnika rozszerzenia odczytanego z właściwej tabeli rozkładu prawdopodobieństwa.

### **Konstrukcja histogramu:**

1. Liczbę klas ( $m_1$ ,  $m_2$ ) oszacować posługując się jednym z wzorów z punktu 3.3. Uzyskany wynik zaokrąglić w górę do najbliższej liczby naturalnej posługując się formułą ZAOKR.GÓRA(zaokrąglana wartość;0).
2. Określając zakres danych (rozstęp  $R_1$  lub  $R_2$ ) wyznaczyć uprzednio wartości maksymalną i minimalną przy użyciu funkcji MAX() i MIN() dla właściwej serii pomiarów. Rozstęp jest różnicą wartości MAX i MIN.
3. Szerokość klasy  $d_1$  bądź  $d_2$  wyznaczyć jako iloraz odpowiednio  $R_1/m_1$  lub  $R_2/m_2$ .
4. Górne granice klas należy wyznaczyć z wzoru
$$g_1 = MIN + nrklasy \cdot d_1 \quad \text{lub} \quad g_2 = MIN + nrklasy \cdot d_2 \quad ,$$
gdzie: nrklasy – kolejne numery klas, tj. 1,2,3... $m_1$  lub  $m_2$
5. Aby zbudować histogram posłużyć się narzędziem Histogram dostępnym w pakiecie narzędziowym Analiza danych. W tym celu wybrać kolejno Dane > Analiza danych > Histogram. W otwartym oknie, w polu „Zakres komórek” wprowadzić wyniki pomiarów, dla których zostanie wygenerowany histogram; natomiast w polu „Zakres zbioru” wprowadzić wyznaczone górne granice klas. Wybrać opcję „Zakres wyjściowy”, w polu określić komórkę, od której program Excel zacznie tworzenie opisu histogramu. W celu wygenerowania wykresu zaznaczyć opcję „Wykres wyjściowy”.

Wygenerowany wykres odpowiednio sformatować - słupki rozszerzone na całą szerokość klasy, naniesione opisy osi (UWAGA! Oś OY reprezentuje liczebność klasy, nie częstość), tytuł wykresu, usunięta pusta klasa (ostatnia).