

Politechnika Rzeszowska Katedra Metrologii i Systemów Diagnostycznych	Grupa	11.....	Data
Laboratorium Podstaw Metrologii	Nr ćwic.	2.....	Ocena
Ocena niepewności wyniku pomiaru metodą typu A	4	3.....	
		4.....	

I. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest poznanie zasad statystycznego opracowywania serii niezależnych wyników obserwacji i oceny niepewności wyniku pomiaru metodą typu A na przykładzie cyfrowego pomiaru okresu napięcia sinusoidalnego zakłóconego szumem normalnym.

II. ZAGADNIENIA

1. Pomiar ze statystycznym opracowaniem serii wyników obserwacji.
2. Rozkłady prawdopodobieństwa: **normalny** (Gaussa), **t-Studenta**.
3. Charakterystyki (estymatory) opisujące wielkości przypadkowe: wartość średnia, wariancja eksperymentalna oraz odchylenie standardowe eksperymentalne wyników obserwacji, wariancja eksperymentalna oraz odchylenie standardowe eksperymentalne średniej arytmetycznej.
4. Niepewność wyniku pomiaru obliczona metodą typu A, standardowa i rozszerzona niepewność typu A. Obliczanie niepewności typu A podczas statystycznego opracowania serii wyników obserwacji, współczynnik rozszerzenia, poziom ufności.
5. Cyfrowa zasada pomiaru okresu.

III. PROGRAM ĆWICZENIA:

1. Zestawić układ wg rys. 4.1 do cyfrowego pomiaru okresu napięcia sinusoidalnego zakłóconego szumem. Zanotować w tabeli podstawowe dane używanych w układzie przyrządów.
2. Zaobserwować przebiegi na oscyloskopie i wskazania czasomierza cyfrowego przy różnych poziomach zakłóceń napięcia sinusoidalnego szumem (różnych stosunkach sygnał/szum).
3. Wyniki obserwacji przedstawić we wnioskach.
4. W układzie pomiarowym dobrać: wartość amplitudy U_m napięcia sinusoidalnego, wartość odchylenia standardowego σ_n szumu normalnego, stosunek sygnał/szum S/N, nastawę wartości okresu T_x .
5. Dokonać n_1 odczytów wartości mierzonego okresu ($n_1 \geq 50$) i opracować wyniki pomiaru, na podstawie zebranych wyników sporządzić histogram.
6. Dokonać $n_2=10$ pierwszych odczytów wartości mierzonego okresu i opracować wyniki pomiaru, sporządzić histogram. Porównać otrzymane wyniki z wynikami poprzedniego eksperymentu.

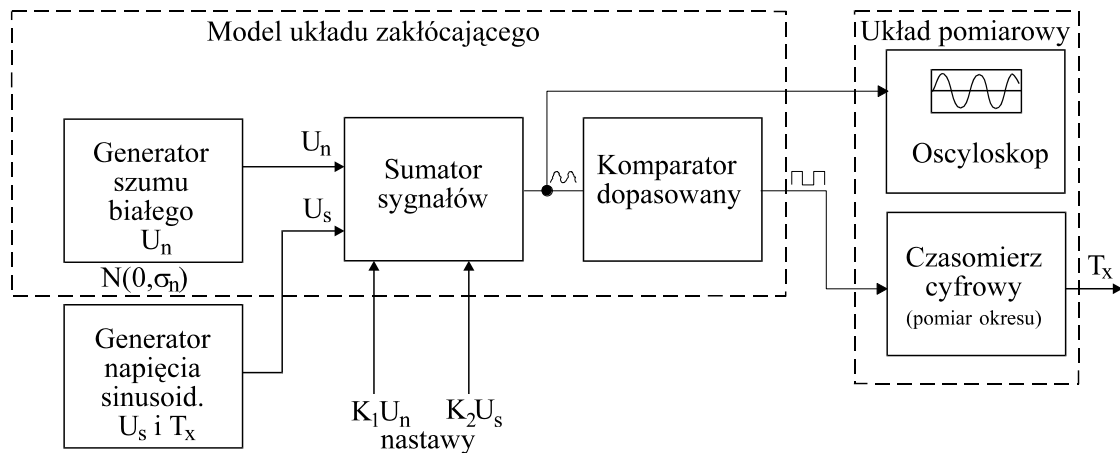
IV. PRZEBIEG ĆWICZENIA

1. Zastosowane przyrządy:

Tabela 1

GS	Generator sygnału sinusoidalnego		
	producent:	model:	rezystancja wyjściowa
	zakres zmian napięcia wyjściowego		zakresy częstotliwości
MUZ	Model układu zakłócającego (generator szumu białego + sumator + komparator dopasowany)		
	Typ: model laboratoryjny		Numer
	pasmo częstotliwości generatora 10 Hz - 4 kHz		odchylenie standardowe szumu $\sigma_n =$
Cz-C	Czasomierz cyfrowy z interfejsem		
	typ	Numer	względna graniczna niestabilność częstotliwości generatora wzorcowego $\delta_{G,gr} =$
	Częstotliwości wzorcowe generatora		względna graniczna niestabilność bramkowania $\delta_{B,gr} = \pm$
OE	Oscyloskop elektroniczny		
	Typ	Numer	czułość kanału Y
	pasmo częstotliwości kanału Y		stała czasowa. kanału X

2. Układ pomiarowy:



Rys. 4.1 Schemat układu do pomiaru okresu napięcia sinusoidalnego zakłóconego szumem

3. Wyniki pomiarów i obliczeń

3.1. W celu zamodelowania eksperymentu pomiarowego dobrać:

- Wartość amplitudy napięcia sinusoidalnego około $U_m = 1V$ (wartość skuteczna $U = U_m / \sqrt{2}$),
- Nominalną wartość okresu T_x z przedziału (10 do 100 ms)- wg zaleceń prowadzącego ćwiczenie.

- Wartość odchylenia standardowego szumu normalnego wyznaczoną oscyloskopem z przedziału $\pm 3\sigma_n$ około $\sigma_{n1} = 20\text{mV}$,
- Obliczyć stosunek sygnał/szum $\frac{S}{N} = \left(\frac{U}{\sigma_{n1}}\right)^2 = \left(\frac{U_m}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{n1}}\right)^2 =$.

3.2. Dokonać $n_1 \geq 50$ odczytów wartości mierzonego okresu sygnału zniekształconego szumem. Wyniki odczytów zapisać w pliku tekstowym oraz w tabeli 2.

Wartości mierzonego okresu, ms

Tabela 2

Podać nazwę pliku zawierającego serię wyników pomiarów :

Następne obliczenia przeprowadzić za pomocą funkcji statystycznych dostępnych w programach STATGRAPHICS, STATISTICA, EXCEL lub innych.

Uwaga: Na końcu instrukcji zamieszczono Dodatek, zawierający kolejne etapy wyznaczania niepewności rozszerzonej oraz budowania histogramu w arkuszu kalkulacyjnym Excel.

3.3. Na podstawie zebranych wyników dla $n_1 \equiv \dots$ pomiarów (≥ 50) sporządzić **histogram**.

Liczbę m_1 klas (przedziałów) przy opracowaniu histogramu wybrać wykorzystując na przykład empiryczny wzór Sturgesa:

$$m_1 \approx 1 + 3,3 \lg(n_1) = \quad \text{lub inny} \quad m_1 = \sqrt{n_1} =$$

3.4. Oszacować wartość wyniku pomiaru okresu jako wartość średnia arytmetyczna serii wyników obserwacji okresu:

$$T_{x,1} = \bar{T}_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} T_i = \quad ;$$

3.5. Przeprowadzić obliczenia niepewności wyniku pomiaru okresu metodą typu A

- obliczyć wariancję eksperymentalną

$$s_1^2(T) = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (T_i - \bar{T}_1)^2 = \quad ;$$

obliczyć wariancję eksperymentalną wartości średniej (wariancja typu A)

$$s_1^2(\bar{T}) = \frac{s_1^2(T)}{n_1} = \quad ;$$

obliczyć niepewność standardową typu A wartości średniej (odchylenie standardowe eksperymentalne wartości średniej)

$$u(\bar{T}_1) = \sqrt{s_1^2(\bar{T}_1)} = \sqrt{\frac{s_1^2(T)}{n_1}} = \quad ;$$

- obliczyć niepewność rozszerzoną wyniku pomiaru (poziom ufności p zadany przez prowadzącego ćwiczenie)

$$U_{p1} = k_p \cdot u(\bar{T}_1) =$$

- gdzie: k_p - współczynnik rozszerzenia dla rozkładu normalnego i przyjętego poziomu ufności $p = \dots\dots\dots$ jeżeli $n_1 \geq 30$

3.6. Przedstawić końcowy wynik pomiaru według wzoru: $T_1 = \bar{T}_1 \pm U$, [jednostka], $p =$

$T_1 = \quad \pm \quad [\quad] \quad p = \quad .$

Komentarz do przedstawionego wyniku pomiaru: Wynik pomiaru $T_1 =$ znaleziony jako wartość średnia z serii $n_1 =$ niezależnych obserwacji okresu sygnału sinusoidalnego przy założeniu normalnego rozkładu wyników obserwacji, standardowa niepewność wyniku $u(\bar{T}_1) =$, niepewność rozszerzona $U_{p1} =$ obliczona wykorzystując współczynnik rozszerzenia $k_{p1} =$ dla rozkładu normalnego i dla przyjętego poziomu ufności $p =$.

Niestabilność częstotliwości generatora wzorcowego miernika oraz inne efekty (niepewność bramkowania, kwantowanie okresu) zostały pominięte, ponieważ ich wpływ w porównaniu do oddziaływań szumu jest pomijalnie mały.

4. Obliczenia wg 3.3-3.6 przeprowadzić dla małej liczby $n_2 = 10$ powtórzonych pomiarów

4.1. W celu zamodelowania eksperymentu pomiarowego dobrać tak jak w p. 3 :

- Wartość amplitudy napięcia sinusoidalnego około $U_m = 1V$ (wartość skuteczna $U = U_m / \sqrt{2}$),
- Nominalną wartość okresu T_x , jaką ustawiono dla pomiarów w pkt. 3.1,
- Wartość odchylenia standardowego szumu normalnego σ_n – wg zaleceń prowadzącego. Wartość σ_n wyznaczona za pomocą oscyloskopu z przedziału $\pm 3\sigma_n$,
- Obliczyć stosunek sygnał/szum $\frac{S}{N} = \left(\frac{U}{\sigma_n}\right)^2 = \left(\frac{U_m}{\sqrt{2} \cdot \sigma_n}\right)^2 =$.

4.2. Dokonać $n_2 = 10$ odczytów wartości mierzonego okresu sygnału zniekształconego szumem. Wyniki odczytów zapisać w pliku tekstowym oraz w tabeli 3. Dla $n_2 = 10$ wyników pomiarów narysować histogram.

Wartości mierzonego okresu, ms

Tabela 3

Podać nazwę pliku zawierającego pierwsze $n = 10$ pomiarów

$$T_{x,2} = \bar{T}_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} T_i = \quad ;$$

$$s_2^2(T) = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (T_i - \bar{T}_2)^2 = \quad ;$$

$$s_2^2(\bar{T}_2) = \frac{s_2^2(T)}{n_2} = \quad ;$$

$$u_2(\bar{T}_2) = \sqrt{s_2^2(\bar{T}_2)} = \sqrt{\frac{s_2^2(T)}{n_2}} = \quad ;$$

$$U_{p2} = t_{p2}(v_2) \cdot u_2(\bar{T}_2) = \quad ;$$

gdzie: $t_{p2}(v_2)$ - współczynnik rozszerzenia dla rozkładu studenta z $v_2 = n_2 - 1$ stopni swobody. Wartość współczynnika $t_{p2}(v_2)$ należy odczytać z tabeli

$$t_{p2}(v_2) = \quad ; p = \quad ; v_2 = n_2 - 1 = \quad .$$

wynik pomiaru:

$T_2 = \quad \pm \quad , [\quad] p = \quad , v_2 =$

V. WNIOSKI

Dodatek

Wyznaczanie rozszerzonej niepewności pomiaru typu A przy użyciu funkcji dostępnych w programie Excel (wszystkie formuły należy wprowadzić do właściwych komórek w kolumnie „Wynik”):

1. Aby oszacować średnie arytmetyczne z wartości serii wyników obserwacji okresu ($T_{x,1}$, $T_{x,2}$) i wariancje eksperymentalne ($s_1^2(T)$, $s_2^2(T)$) skorzystać odpowiednio z funkcji ŚREDNIA() i WARIANCJA() zaznaczając odpowiedni zakres danych.
2. Określając wartości wariancji eksperymentalnej wartości średniej ($s_1^2(\bar{T})$, $s_2^2(\bar{T}_2)$) wyznaczyć iloraz wartości wariancji eksperymentalnej i liczebności pomiarów w danej serii (n_1, n_2).
3. Niepewność standardową typu A wartości średniej wyznaczyć posługując się funkcją PIERWIASTEK(), wstawiając w nawiasie odpowiedni parametr ($s_1^2(\bar{T})$ lub $s_2^2(\bar{T}_2)$), dla wybranej serii pomiarów.
4. Ostateczny wynik pomiaru niepewności rozszerzonej (U_{p1} , U_{p2}) jest iloczynem niepewności wyznaczonej w punkcie 3 oraz wartości współczynnika rozszerzenia odczytanego z właściwej tabeli rozkładu prawdopodobieństwa.

Konstrukcja histogramu:

1. Liczbę klas (m_1 , m_2) oszacować posługując się jednym z wzorów z punktu 3.3. Uzyskany wynik zaokrąglić w górę do najbliższej liczby naturalnej posługując się formułą ZAOKR.GÓRA(zaokrąglana wartość;0).
2. Określając zakres danych (rozstęp R_1 lub R_2) wyznaczyć uprzednio wartości maksymalną i minimalną przy użyciu funkcji MAX() i MIN() dla właściwej serii pomiarów. Rozstęp jest różnicą wartości MAX i MIN.
3. Szerokość klasy d_1 bądź d_2 wyznaczyć jako iloraz odpowiednio R_1/m_1 lub R_2/m_2 .
4. Górne granice klas należy wyznaczyć z wzoru

$$g_1 = MIN + nrklasy \cdot d_1 \quad \text{lub} \quad g_2 = MIN + nrklasy \cdot d_2 \quad ,$$

gdzie: nrklasy – kolejne numery klas, tj. 1,2,3... m_1 lub 2

5. Aby zbudować histogram posłużyć się narzędziem Histogram dostępnym w pakiecie narzędziowym Analiza danych. W tym celu wybrać kolejno Dane > Analiza danych > Histogram. W otwartym oknie, w polu „Zakres komórek” wprowadzić wyniki pomiarów, dla których zostanie wygenerowany histogram; natomiast w polu „Zakres zbioru” wprowadzić wyznaczone górne granice klas. Wybrać opcję „Zakres wyjściowy”, w polu określić komórkę, od której program Excel zacznie tworzenie opisu histogramu. W celu wygenerowania wykresu zaznaczyć opcję „Wykres wyjściowy”.
6. Wygenerowany wykres odpowiednio sformatować - słupki rozszerzone na całą szerokość klasy, naniesione opisy osi (UWAGA! Oś OY reprezentuje liczebność klasy, nie częstość), tytuł wykresu, usunięta pusta klasa (ostatnia).

VI. PYTANIA KONTROLNE

1. Podać przykłady typowych sytuacji pomiarowych, w których występuje dyspersja wyników.
2. Przy założeniu rozkładu normalnego serii wyników obserwacji, jaka wartość jest najlepszym oszacowaniem wyniku pomiaru?
3. Określić pojęcie standardowej niepewności typu A wyniku pomiaru.
4. Podać wzór na obliczanie niepewności standardowej metodą typu A.
5. Jak zależy wartość standardowej niepewności typu A od liczby obserwacji.
6. Określić pojęcie rozszerzonej niepewności wyniku pomiaru.
7. W jakich sytuacjach przy obliczaniu rozszerzonej niepewności wyniku pomiaru jako współczynnik rozszerzenia wykorzystuje się kwantyl normalnego rozkładu zamiast kwantyla rozkładu Studenta?
8. Jakie dane należy wskazać przy podaniu wyniku pomiaru.

LITERATURA

1. Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik. Główny Urząd miar. 1999.
2. Strzałkowski A., Śliżyński A.: Matematyczne metody opracowywania wyników pomiarów. Warszawa: PWN, 1973.
3. Taylor J.R.: Wstęp do analizy błęd pomiarowego. Warszawa: PWN, 1995.
4. Turzeniecka D.: Ocena niepewności wyniku pomiarów. Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 1997.